

# INFORME DE INVESTIGACIÓN: ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE HERRAMIENTAS TECNOLÓGICAS

**Master Yuri Morales L**  
Universidad Nacional  
[ymorales@una.ac.cr](mailto:ymorales@una.ac.cr)

**Master Alejandro Ugalde L**  
Universidad Nacional  
[augald@una.ac.cr](mailto:augald@una.ac.cr)

**Master Hugo Barrantes C**  
Universidad de Costa Rica  
[habarran@ucr.ac.cr](mailto:habarran@ucr.ac.cr)

## Resumen

Esta investigación fue desarrollada durante el segundo y tercer cuatrimestre del 2007, como proyecto final de la Maestría en Tecnología e Informática Educativa de la UNA. Se aportan resultados bibliográficos relacionados con la Geometría y su enseñanza, las principales estrategias metodológicas, teorías y estilos de aprendizaje y herramientas tecnológicas aprovechables en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Además, se exponen los resultados del trabajo de campo, en el que se analizaron diversos aspectos a tomar en cuenta para la elaboración del sitio Web llamado WebGeométrica.

**Palabras claves:** Geometría, Tecnología, modelo Van Hiele, objetos de aprendizaje, resolución de problemas, sitios Web.

## Objetivos generales de la investigación

1. Apoyar el aprendizaje de la Geometría en los niveles de séptimo y octavo años por medio de un material educativo computarizado.
2. Crear un conjunto de estrategias metodológicas que apoyen y enriquezcan el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría, y publicarlas en un sitio Web educativo para docentes y estudiantes.
3. Complementar el material computarizado con un documento, dirigido a los profesores de Matemática, con indicaciones pedagógicas sobre el uso del sitio Web y modelos de actividades que pueden desarrollarse utilizando los contenidos del sitio Web.

## 1. INTRODUCCIÓN

El espacio geométrico es, en parte, un modelo del espacio físico que nos rodea y nos permite entender y predecir fenómenos. Los conocimientos geométricos surgen de la realidad, a través de la intuición y de la necesidad de resolver cierto tipo de problemas tales como mediciones o relaciones espaciales. Aunque la validación de un resultado geométrico, como la de cualquier otro resultado matemático, se lleva a cabo mediante un razonamiento lógico riguroso, la conjetura de tal resultado puede hacerse mediante dibujos, construcciones o el uso de objetos concretos.

Las construcciones geométricas se utilizan para estudiar las figuras; estas pueden realizarse sobre papel, cartón, u otro material, utilizando regla, compás, escuadra, transportador, o pueden diseñarse en una computadora utilizando un *software* adecuado. Al realizar las construcciones se ponen en funcionamiento propiedades geométricas.

Por lo tanto, el profesor debe propiciar ambientes de aprendizaje que lleven al alumno a comprender los conceptos y a intuir resultados geométricos mediante representaciones, construcciones o experimentos con medidas. El paso al plano formal es posterior y, de acuerdo con el modelo de Van Hiele, usualmente, no está al alcance de los estudiantes de los primeros niveles (Braga, 1991).

De esta manera, cuando se estudia Geometría, por lo general las figuras geométricas (el objeto matemático) se representa mediante un dibujo; la figura es el concepto mismo y el dibujo es una representación del concepto geométrico. Laborde (1993), citado por *Hershkowitz et al* (2002), clarifica algunas razones que establecen una brecha entre figura y dibujo:

1. Algunas propiedades del dibujo son irrelevantes. Por ejemplo, si se dibuja un rombo como un ejemplo de paralelogramo, entonces la igualdad de los lados es irrelevante.
2. Los elementos de la figura poseen una variabilidad que está ausente en los dibujos. Por ejemplo, muchos dibujos diferentes pueden representar paralelogramos; algunos son rombos, otros son cuadrados, algunos son rectángulos.
3. Un dibujo puede representar diferentes figuras. Por ejemplo, un dibujo de un cuadrado sirve también para representar un rombo, un rectángulo, un cuadrilátero en general.

De este modo, cuando se usa un solo dibujo para representar una figura, si no se tienen ciertos cuidados, estos tres aspectos relacionados con la figura y el dibujo pueden convertirse en obstáculos para el aprendizaje.

Muy a menudo, para que el alumno pueda reconocer figuras, tanto los profesores como los libros de texto proporcionan modelos prototípicos; esto es, figuras que son en su mayoría semejantes, de áreas similares y en la misma posición. Estos prototipos (que son casos particulares) quedan grabados en la memoria, lo que podría explicar, al menos en parte, las dificultades de reconocimiento que la mayoría de los alumnos exhiben cuando las figuras no se le presentan en la posición habitual, o cuando la relación entre sus

dimensiones se aleja de las usuales. Por ejemplo, un cuadrado casi siempre se representa como el que aparece a la izquierda en la figura 1; después de ver consistentemente representado un cuadrado de tal manera, la mayoría de los estudiantes tiene dificultades para reconocer que el dibujo que aparece a la derecha en la misma figura, también representa un cuadrado.

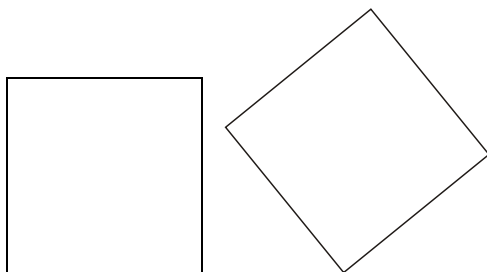


Figura 1. Representaciones de cuadrados

Es importante desarrollar en los alumnos habilidades de observación, percepción, representación gráfica, argumentación, habilidades lógicas y relacionar la Geometría con otros campos. Así como proporcionarles la oportunidad de elaborar esquemas geométricos que puedan ser utilizados para ayudar a visualizar el trabajo, en otro tipo de problemas.

En síntesis, la construcción de dibujos para representar las figuras geométricas es esencial en la enseñanza aprendizaje de la Geometría; sin embargo, según lo expresado, también puede resultar peligrosa, porque puede llevar a confusiones y hasta a conclusiones falsas y a aprendizajes incorrectos. En los últimos años, las herramientas informáticas se han convertido en un extraordinario instrumento que podría ser útil para subsanar este problema. Por ejemplo, algunos de los efectos indeseables, como los señalados, que se producen cuando se hacen dibujos de figuras geométricas, pueden minimizarse con la utilización de *software* adecuado.

Con un *software* apropiado, se puede realizar gran cantidad de dibujos que representen figuras geométricas, considerando diferentes posibilidades y casos particulares, de manera muy eficiente. Pero no solo eso, se pueden variar algunos elementos del dibujo, dejando otros fijos, para que el estudiante puede visualizar propiedades generales de las figuras; puede ver qué aspectos varían, cuáles permanecen invariables o qué relaciones se establecen entre diferentes elementos de las figuras. Se puede proveer al estudiante de situaciones, con las cuales pueda interactuar y elaborar conjeturas; que le muestren propiedades que de otra manera permanecerían ocultas o

difícilmente comprendidas. Toda la gama de posibilidades que puede brindar un buen *software* es imposible de alcanzar por cualquier otro medio; ya sea papel y lápiz, pizarrón y tiza o hasta materiales concretos como cartón, madera, plastilina y otros.

Considerando las corrientes actuales en cuanto a la enseñanza de la Geometría; la preocupación por las carencias de los estudiantes en cuanto al aprendizaje de esta rama de la Matemática; algunas de las directrices de los programas de estudio de la enseñanza media del MEP; los recursos tecnológicos disponibles y las posibilidades que estos recursos proporcionan, encontramos el siguiente problema por resolver:

**Existe una escasez de estrategias metodológicas para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría en los niveles de séptimo y octavo año, particularmente incorporando el uso de herramientas digitales para llevar a cabo dicho proceso. Esta carencia es aplicada tanto a los estudiantes como a los profesores.**

## **2. MARCO TEÓRICO**

Dado el problema propuesto, se abordan los siguientes componentes: estrategias metodológicas, herramientas tecnológicas, enseñanza y aprendizaje de la Geometría, característica del público meta.

### **2.1. Estrategias metodológicas**

En el ambiente educativo, el concepto de estrategia metodológica no es único y, no necesariamente, una concepción posee mayor valor que otra, pues depende, en gran medida, de la teoría educativa en la que se está inmerso. Bajo esta consideración, en este trabajo se concibe como estrategia metodológica *toda acción o quehacer que facilite que el estudiante construya su conocimiento*. A partir de esta definición, se seleccionan algunos temas como fundamentales para desarrollar este trabajo, los cuales se consideran, seguidamente.

#### **2.1.1. Teorías de aprendizaje**

***Corrientes educativas basadas en el modelo conductista de Skinner***

En la investigación y experimentación sobre los comportamientos en animales, Skinner concluyó que los estudiantes estructuran su aprendizaje de una manera similar y que la efectividad del proceso se puede evaluar, directamente, con los resultados. El aprendizaje debía ser modelado en pequeñas unidades conectadas de forma lineal. A este proceso se le llamó *condicionamiento operante* y se fundamenta en los refuerzos y la extinción de actividades o conductas. De esta manera, la teoría determina un modelo, en el cual, las conductas son predecibles y controlables. En este modelo, la forma de aprendizaje se ajusta al estímulo – respuesta.

En el ámbito educativo, la aplicación del modelo conductista de Skinner aporta, según Urbina (1999) un papel pasivo del sujeto, la organización externa de los aprendizajes, que los aprendizajes pueden ser representados en unidades básicas elementales y las leyes de aprendizaje comunes a todos los individuos.

### ***Corrientes educativas basadas en el constructivismo***

Las teorías que se basan en el constructivismo, tienen como factor común la construcción individual del conocimiento, y generalmente, la motivación no es el pilar fundamental de la construcción cognitiva.

La teoría de Piaget se basa en que la construcción de conocimiento es la respuesta interna de adaptación del individuo al ambiente. Este autor considera que el aprendizaje tiene una dependencia con la biopsicología del estudiante.

En el ámbito educativo y en este trabajo, la teoría de Piaget aporta que el aprendizaje depende de los conocimientos previos pero también depende de la edad (maduración biológica) y del ambiente que les rodea (transmisión social), visión de un estudiante activo, el proceso se reconoce como una construcción del individuo y los estadios no son generalizados para todos los individuos. Esto es, que el estudiante puede no avanzar en un estadio.

Ausubel también brinda su aporte dentro del constructivismo y, aunque realiza grandes aportes a las teorías de educación, el más importante se refleja en la concepción del aprendizaje significativo. La posición de Ausubel es que la teoría que plantea Bruner sobre el aprendizaje por descubrimiento, no contradice a la de Skinner, quien asegura que el aprendizaje se manifiesta por recepción. Ambas pueden ser igualmente efectivas, dependiendo de los objetivos planteados.

Es así como Ausubel plantea que la teoría de Skinner fortificará un aprendizaje significativo, basado en la memorización y repetición pero, es posible que bajo la teoría de Bruner el aprendizaje sea significativo, por ejemplo, en procesos lógicos formales.

En el ámbito educativo y en este trabajo, la teoría de aprendizaje significativo aporta que se debe averiguar los conocimientos y experiencias previas del estudiante, es necesaria la estructuración lógica del conocimiento, pero debe considerarse una estructura que atienda a cada individuo, el individuo es participante en la construcción del conocimiento pero es aún más importante, su propia motivación y, por último, se sugiere que se puede producir un conocimiento con mayor grado de retención.

### **2.1.2. Estilos de aprendizaje**

El concepto de los estilos de aprendizaje se fundamenta en el hecho que los estudiantes conciben significativo su aprendizaje de distintas maneras, ya sea relacionándolo con su entorno sociocultural, sus intereses, ambiciones, con sus juegos y sus propias concepciones de la realidad.

Este concepto conduce hacia una atención en los distintos contrastes del sujeto. Es decir, suponiendo un aprendizaje individualizado, se debe considerar cuestionamientos distintos sobre las áreas de conocimiento. Los estilos de aprendizaje no son inmutables en el individuo. Una persona evoluciona respecto a la forma en que aprende y realiza procesos meta cognitivos. Por ende, no es recomendable afirmar que un sujeto responde de una manera significativa a un único estilo.

En este trabajo se considera que, la teoría de las inteligencias múltiples, es la que más se aproxima al estilo de aprendizaje requerido para abordar la Geometría, particularmente la inteligencia espacial descrita por Gardner, que es aquella concordancia con el espacio que rodea al individuo (visualización, relación de objetos con el espacio, entre otros).

### **2.1.3. Resolución de problemas**

Al abordar el estudio de la Matemática y en particular de la Geometría, se debe tomar en cuenta las estrategias relacionadas con las áreas cognitivas y meta cognitivas. Esto implica que la geometría traspasa el estudio de axiomas, postulados y construcciones geométricas y que, además, incluye los procesos que se utilizan en estructuras mentales más avanzadas (cómo abordar un problema, organización formal del razonamiento, estrategias de estudio, etc.).

Un tipo de estrategia alternativa es el aprendizaje por medio de la resolución de problemas. Para comprender esta estrategia, es imprescindible contextualizar algunas definiciones sobre el tema. Por ejemplo: ¿Qué es lo que se concibe como un problema? Un primer acercamiento es concebirlo como una situación donde una persona se preocupe, piense y especule. A grandes rasgos, esta definición oculta un cierto nivel operacional en la resolución del problema.

Muchos autores prefieren admitir una situación como problema por sus características. Por ejemplo, para Santos (1993) es una actividad que motive curiosidad y actitud de búsqueda. Para Mancera y Escareño (1993) es, simplemente, “una actividad que despierte el interés del estudiante” (p. 80). Como idea interesante, estos dos autores exponen que un problema no es tal, si no se exploran y mejoran nuevas estrategias para su solución.

#### **2.1.4. Motivación**

Respecto a la enseñanza de la geometría, existen varios tipos de motivaciones que dependen o son fomentadas por medio de las estrategias o herramientas que se utilicen. A continuación se enuncian algunas:

- **La enseñanza con la herramienta tecnológica.** En este proyecto es necesario conocer cómo crear las motivaciones en un alumno que utilice herramientas digitales. Sobre lo anterior, Galvis (1992) sugiere que para mantener a un alumno motivado intrínsecamente, cuando utiliza un material educativo computarizado, se puede ofrecer recompensas de forma simbólica, crear situaciones amigables, retos (dificultad, complejidad y aleatoriedad) y fantasías. Por otro lado, las motivaciones extrínsecas pueden estimularse, mediante evaluaciones grupales, intereses sociales y culturales.
- **Ambientes lúdicos.** Un ambiente lúdico incita al estudiante a descubrir, analizar, y reflexionar. Se basa en el interés por la búsqueda que otorga el placer de vencer barreras, tanto cognitivas como sociales.

Para Duarte (2003), la principal característica de un ambiente lúdico es la incorporación del juego como medio para que el estudiante conozca su entorno. Además, brinda la posibilidad de generar autoconfianza e incrementar la motivación en el jugador. Es claro que un ambiente lúdico no se puede quedar en el juego, pues debe conducir a la

reflexión mediante un orden de los aspectos presentes en el ambiente, donde la motivación depende del tipo de actividad que se esté realizando

## **2.2. Factores que favorecen la utilización de ambientes digitales en la educación**

Bentolilla y Clavijo (2001) exponen las cualidades del medio informatizado (ambiente con computadoras) como mediador simbólico en procesos de enseñanza y aprendizaje. Las autoras destacan que la computadora ofrece, de forma simultánea, las siguientes posibilidades:

**a) Un sistema simbólico y formal:** la computadora ejecutará las instrucciones simples que se formulen adecuadamente, con el rigor y precisión que se necesite.

**b) Un medio dinámico:** a diferencia de la imagen o la escritura, permite seguir con precisión y claridad transformaciones en un proceso dado, y a la vez, intervenir haciendo variar algún parámetro.

**c) Integración de diferentes notaciones simbólicas:** capacidad de expresar, manipular y combinar diferentes tipos de símbolos (gráficos, matemáticos, lingüísticos, musicales, entre otros). Además, la computadora permite pasar de un tipo de símbolos a otro, con mucha facilidad, lo que representa un elemento innovador y enriquecedor.

**d) Situaciones de resolución de problemas:** con un adecuado planteamiento, la integración de la computadora en el ámbito educativo permite que el estudiante aborde aspectos procedimentales o teóricos y se cuestione acerca de las alternativas de solución.

**e) Interactividad:** esta es la característica más importante de la incorporación de la computadora en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Consiste en la relación continuada entre las acciones del estudiante y las respuestas del ordenador. Además, como las acciones individuales no son necesariamente iguales, la interacción es también diferente. Esto conduce a aprendizajes más autónomos, donde el estudiante impone el ritmo y decide las nuevas acciones por seguir.

## **2.3. Objetos de aprendizaje**

Un objeto de aprendizaje es, según Álvarez, Muñoz y Romo (2005), un contenido digital utilizado en un contexto de aprendizaje accesible a través de Internet y compuesto por los siguientes elementos: parte teórica (información del tema tratado), experimentación (incluye animaciones o simulaciones que permitan reflexionar sobre el



tema tratado en el área teórica), evaluación (estrategias para evaluar lo aprendido) y relación (links a otros objetos de aprendizaje relacionados).

Para Lowerison, Gallart y Boyd (2003), citados por López (s.f.), algunos de los beneficios que aportan los objetos de aprendizaje en un contexto educativo son:

- **flexibilidad**, pues un mismo recurso puede utilizarse varias veces y en distinto contextos;
- **administración del contenido**, facilitada porque los recursos están descritos con meta datos que permiten su control;
- **adaptabilidad**, lo cual facilita al diseñador poder seleccionar y componer recursos según la aplicación; y
- **código abierto** que elimina los problemas de incompatibilidad entre plataformas.

Además, todo objeto de aprendizaje debe tener las siguientes características:

- Reutilizable;
- accesible, o sea fácil de localizar y de recuperar;
- interoperable, es decir, debe poder ser usado en cualquier plataforma de software y hardware;
- portable, pues debe poder moverse y albergarse en diferentes plataformas de manera transparente, sin cambio alguno en estructura o contenido; y
- durable, o sea, permanecer intactos a las actualizaciones de software y hardware.

## 2.4. Sitios Web

La Web brinda algunas opciones que favorecen su aplicación en ambientes educativos, tales como el manejo de audio, video, hipervínculos y comunicación, tanto sincrónica como asincrónica. Estas opciones, sumadas a la interactividad, las posibilidades de procesamiento de información, propias de la Web, y a su expansión constante, confieren a esta herramienta un potencial educativo similar al de la tecnología multimedia, con el uso de lenguajes como Java y de tecnologías interactivas (como sistemas inteligentes o simuladores).

Desafortunadamente, no obstante ese potencial, los usos educativos que se le dan a la Web son para el intercambio de archivos (vía correo electrónico, por ejemplo), para la entrega de notas o para el uso de manuales impresos en la educación a distancia.

Es por esto que se deben tener claro las características de un sitio Web educativo, el cual se diferencia de otros por una serie de rasgos propios relacionados con el área

pedagógica. Algunas de estas características, según Area (2003) son las siguientes: *finalidad formativa en su diseño, información conectada mediante hipertexto, formato multimedia, acceso a información variada, interacción y flexibilidad, interface atractiva y fácil de usar, comunicación entre usuarios.*

## **2.5. Enseñanza aprendizaje de la Geometría**

La enseñanza aprendizaje de la Geometría, presenta algunas particularidades que la distinguen de la enseñanza aprendizaje de otras ramas de las Matemáticas, pero comparte con ellas muchos elementos.

### **2.5.1. Visión sobre la naturaleza de la Matemática**

Cada vez se reconoce más la importancia de la visión que se tenga sobre la naturaleza de la Matemática como elemento condicionante del modelo de enseñanza de esta disciplina, cómo se establece el currículo y la forma en que el profesor la aborda en clase.

Ernest (1988) propone tres visiones sobre la naturaleza de la Matemática que se pueden resumir de la siguiente manera:

- Instrumentalista: la Matemática constituye una acumulación de hechos, reglas y habilidades que pueden ser usados en la ejecución de algún fin externo.
- Platónico: las Matemáticas son un cuerpo de conocimientos estático y unificado; son descubiertas, no creadas.
- Resolución de problemas: las Matemáticas son un campo de la creación e invención humana en continua expansión, son un producto cultural no acabado y sus resultados están abiertos a la revisión.

### **2.5.2. La enseñanza de la Matemática**

De Guzmán (1993) plantea que una enseñanza que utilice como estrategia la resolución de problemas, debe poner el énfasis en los procesos de pensamiento, en los aprendizajes y en la apropiación de los conceptos por parte del estudiante. Deberá considerarse como lo más importante, que el alumno manipule los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente, que adquiera confianza en sí mismo, se divierta con su propia actividad mental, se prepare para otros problemas

de la Ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana y pueda anticipar y entender los nuevos retos de la Ciencia y la Tecnología.

### **2.5.3. La enseñanza de la Geometría**

En cuanto a la enseñanza de la Geometría, las tendencias actuales están inscritas, desde luego, dentro del marco más general de la enseñanza de las Matemáticas; particularmente se privilegia el uso de las situaciones problema para elaborar el conocimiento y como un medio eficiente en la adquisición de aprendizajes significativos. Sin embargo, deben tenerse en cuenta, además, algunas consideraciones teóricas particulares que están presentes en el aprendizaje de los conceptos geométricos.

**El modelo de Van Hiele.** Las investigaciones modernas sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indican que sigue una evolución muy lenta, desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales.

En este sentido, el modelo de Van Hiele es una propuesta que parece describir, apropiadamente, esta evolución. Este modelo está adquiriendo cada vez mayor aceptación internacionalmente, en lo que se refiere a Geometría en los niveles primario y medio. Propone cinco etapas en el desarrollo del pensamiento geométrico: reconocimiento o visualización, análisis, ordenamiento, deducción y rigor (Crahay, 2002).

Basados en los resultados de las investigaciones y en la descripción de las etapas que propone el modelo de Van Hiele, consideramos que los estudiantes de séptimo y octavo año de la educación media ya han superado, por completo, la primera etapa; esto es, la de reconocimiento y visualización. Por otra parte, estos jóvenes se encuentran, fundamentalmente, en las etapas de análisis y ordenamiento. Puede que, incluso, algunos de ellos estén ya en la de deducción. Esto implica que las actividades por desarrollar, para el aprendizaje de la Geometría en esos niveles educativos, deberán atender, primordialmente, a las etapas de: análisis, ordenamiento y visualización.

### **2.5.4. La tecnología y la enseñanza de la Geometría**

Es indudable que las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) han impactado las diversas áreas del quehacer humano. Este impacto se percibe, de manera profunda, en el campo educativo. En el campo propio de las Matemáticas, la tecnología permite, por una parte, el ahorro de tiempo y esfuerzo puesto que, mediante ella se pueden realizar hasta los más complejos cálculos –tanto aritméticos como de otra índole– en cuestión de instantes. Aunque esto por sí solo ya sería bastante, las TIC permiten, además, abordar la mediación pedagógica de muchos conceptos matemáticos

de una manera que puede resultar más motivadora para quien aprende y, adicionalmente, más cercana a la construcción conceptual por parte del estudiante. En este sentido, uno de los principales aportes de las TIC es, precisamente, su interactividad.

Tal interactividad es, particularmente útil, en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría. Ya se mencionó en el capítulo anterior que un software de geometría, lo que se conoce como Geometría dinámica, permite crear ambientes de aprendizaje con alto grado de interactividad y que propicien en las estudiantes la construcción conceptual.

### **3. MARCO METODOLÓGICO**

En este apartado se exponen las estrategias metodológicas utilizadas para la fundamentación del proyecto. En particular, se explica el tipo de información requerida, la población, la muestra, la metodología de recolección de la información, la manera de interpretarla y su análisis.

#### **3.1. Población y muestra**

La población estuvo constituida por tres estratos: profesores de Matemáticas de la enseñanza media, estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional, estudiantes de séptimo y octavo año de enseñanza Media de los colegios públicos de la Dirección Regional de Heredia. Dado el carácter exploratorio del estudio y las limitaciones de tiempo, se utilizó un muestreo de conveniencia.

A partir de dichas consideraciones, se seleccionó una muestra constituida por: 40 profesores de Matemáticas de enseñanza media, cuatro grupos de séptimo año, cinco grupos de octavo año y los estudiantes de dos cursos de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional.

#### **3.2. Instrumentos para la recolección de información**

La información requerida se recolectó mediante tres cuestionarios; se aplicó un cuestionario a cada estrato.

El cuestionario dirigido a profesores de Matemáticas de enseñanza media consta de 18 preguntas cerradas categorizadas en cuatro bloques. Por su parte, el cuestionario dirigido a estudiantes de Enseñanza de la Matemáticas está conformado por 17 preguntas; tres de ellas son abiertas y las demás cerradas. Se divide en seis categorías.

### **3.3. Aplicación de los instrumentos**

Una vez seleccionada la muestra, se procedió a la aplicación de los instrumentos. En este proceso se recibió la colaboración de algunos estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional. La recolección de información se ejecutó entre los días 31 de julio y 7 de agosto de 2007.

### **3.4. Modo de análisis de la información**

La información obtenida fue procesada utilizando el paquete estadístico SPSS. Para la obtención de los resultados se recurrió a frecuencias y medidas de tendencia central tales como promedio y moda; para determinar el nivel de correlación entre algunas de las variables se recurrió al coeficiente Rho de Spearman.

## **4. RESULTADOS OBTENIDOS EN EL ANÁLISIS DE LOS INSTRUMENTOS**

Se exponen los principales resultados de la aplicación de los instrumentos.

### **4.1 Sobre los docentes**

Todos los profesores encuestados tienen al menos nivel de diplomado. Considerando lo establecido en el marco teórico sobre la formación en las universidades, esto indica que deben poseer los conocimientos mínimos sobre Geometría y, en su mayoría, algunos conocimientos básicos de computación. Sin embargo, tienen poco conocimiento de *software* útil para la enseñanza de las Matemáticas. Esto incide en la poca utilización de herramientas digitales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es importante señalar que todos expresaron un elevado interés por capacitarse en ese aspecto.

### **4.2 Sobre los estudiantes de secundaria**

Se puede afirmar que, en términos generales, los estudiantes entrevistados utilizan con frecuencia la computadora y, particularmente, Internet. Además, muestran un interés marcado para que sus profesores utilicen herramientas digitales para el desarrollo de sus clases.

### **4.3 Sobre los estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática**

Los resultados obtenidos, mediante la indagación a los estudiantes de Enseñanza de la Matemáticas, representan un insumo muy importante para la resolución del problema planteado en este proyecto.

Por una parte, se obtiene que estos futuros profesores de matemáticas de Enseñanza Media, poseen conocimientos geométricos y conocimientos de herramientas digitales que pueden ser útiles en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría. Además, reconocen que las herramientas tecnológicas pueden ser utilizadas de diversas maneras en el proceso educativo. Por otro lado, sus conocimientos en tecnologías, según ellos mismos reconocen, es apenas regular; pero muestran interés en capacitarse en este sentido.

## **5. RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA**

De acuerdo con los resultados obtenidos y el planteamiento teórico desarrollado, el aprendizaje de la geometría por parte de estudiantes de séptimo y octavo año de la Enseñanza Media costarricense, se ve reforzado si se utilizan medios digitales en el proceso. Dadas las características de este tema y en aras de ofrecer una herramienta útil a un amplio espectro de personas ligadas con la enseñanza aprendizaje de la geometría, los postulantes diseñaron y desarrollaron un sitio Web, denominado *WebGeométrica* que servirá como herramienta para solventar la carencia mencionada en el problema enunciado en el Capítulo I y que está disponible en [www.webgeometrica.com](http://www.webgeometrica.com).

### **5.1. Características de los estudiantes y los profesores**

Mediante la investigación se encontró información valiosa para el diseño del sitio. Los profesores de matemáticas de los niveles de séptimo y octavo año tienen un buen conocimiento geométrico, pero un conocimiento escaso de la tecnología. Esto implicó la necesidad de construir guías bastante descriptivas para el uso del material con sus estudiantes. Por otra parte, los estudiantes mostraron interés por aprender a través de Internet y, en general, utilizan la computadora con bastante frecuencia.

### **5.2. Elementos del constructivismo**

De acuerdo con el constructivismo, el aprendiente debe jugar un papel activo que le permita la construcción de su conocimiento. Por otra parte, las fases activa, icónica y

simbólica del proceso cognitivo, consideradas por Bruner, que se plasman en el aprendizaje en acción, concretización y abstracción también son consideradas.

El anclaje necesario entre conocimientos, en aras de un aprendizaje significativo, se muestra de dos maneras: mediante una presentación de los conocimientos previos para cada tema (Figura 2) y mostrando una portada atractiva en cada objeto de aprendizaje (Figura 3).



**Figura 2: Pantalla de conocimientos previos**

### **5.3. El papel de la resolución de problemas**

El uso de los problemas matemáticos como estrategia didáctica es de fundamental importancia si se considera que hacer matemáticas es resolver problemas, tal como lo reconocen los matemáticos y especialistas en educación matemática. Los postulantes tomaron esto en consideración, de manera que cuando esto fue factible, en el desarrollo de los objetos de aprendizaje se consideró una situación problema para comenzar el trabajo. La idea, en estos casos, es que en el proceso de resolución del problema por parte del estudiante, este se de cuenta de la necesidad del concepto o propiedad contenida en el material. Así, un problema retador sirve como una forma de motivación y, también como una manera de anclar el contenido a situaciones o conceptos conocidos. La Figura 3 muestra la pantalla de inicio del tema de suma de los ángulos internos de un triángulo; en ella se propone un problema como punto de partida del desarrollo del tema.



**Figura 3: Pantalla inicial del tema "Suma de ángulos internos de un triángulo"**

#### 5.4. Interactividad

Como se expuso en la sección 2.2., la interactividad es el aspecto más importante que se debe tomar en cuenta a la hora de incorporar la tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje. Es por esto que en el diseño de cada uno de los objetos de aprendizaje se tomó en cuenta la interactividad que debe ofrecer.

A continuación se describen algunas de las características que posee cada objeto de aprendizaje, mediante las cuales se ofrece interactividad al usuario:

- *Manipulación de las figuras.* En todos los objetos de aprendizaje, el usuario puede manipular las figuras que aparecen de la manera que lo desee, lo que le permite explorar las diferentes propiedades implícitas y deducirlas en algunos casos. Además, en los objetos que así lo requieren, puede observar las relaciones métricas existentes entre las partes de la figura. Existe la posibilidad de aumentar o disminuir el tamaño de la figura para analizar los resultados que se obtienen.
- *Manipulación de los applets.* En el área de cada *applet*, el usuario puede realizar otro tipo de variantes, como cambiar el color de fondo, visualizar un sistema de coordenadas, incluir una cuadrícula, cambiar la escala de los objetos y ampliar o disminuir las imágenes (zoom), entre otras opciones, que permiten un alto grado de interactividad entre el software y el usuario. Una vez que una figura ha sido manipulada y modificada, puede restablecerse la configuración original mediante un botón ubicado en la esquina superior derecha de cada *applet*.
- *Retroalimentación en las evaluaciones.* Cada objeto tiene una página de evaluación, donde el usuario puede poner a prueba lo que aprendió en él. Al resolver los ejercicios propuestos, el programa brinda retroalimentación en caso de equivocación y la posibilidad de corregir el error, lo cual representa un tipo de interactividad entre el



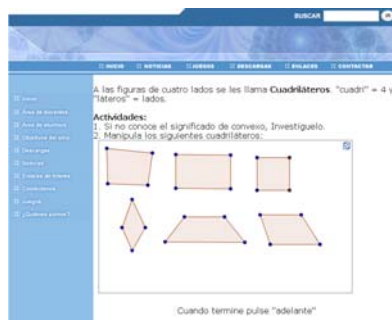
software y el usuario. Otra característica que poseen las evaluaciones es la aleatoriedad de los valores dados en los problemas de ciertos ejercicios, lo cual le brinda al usuario una serie de ejercicios diferentes en uno solo.

### 5.5. En cuanto a la enseñanza de la geometría

Siguiendo el modelo de Van Hiele sobre la construcción del proceso geométrico se consideró que los estudiantes a los que va dirigido el material, tanto por su edad como por sus experiencias previas, han superado la etapa de reconocimiento y se encuentran en las etapas de análisis y ordenamiento; es muy posible que la gran mayoría no estén siquiera empezando con la etapa de deducción.

Por otra parte, de acuerdo con la teoría de Piaget, podemos considerar que los jóvenes potenciales usuarios del material, se encuentran al inicio de la etapa de las operaciones lógicas, pero más situados en las operaciones concretas.

De acuerdo con lo anterior, se adaptó el material de modo que los estudiantes de séptimo y octavo año puedan obtener provecho de él. En ese sentido, las actividades van dirigidas más que todo al trabajo concreto, mediante la manipulación de figuras y al análisis de las propiedades de estas y su clasificación. La figura 4 muestra un ejemplo de lo mencionado.



**Figura 4: Pantalla del tema "Cuadriláteros"**

### 5.6. La geometría dinámica

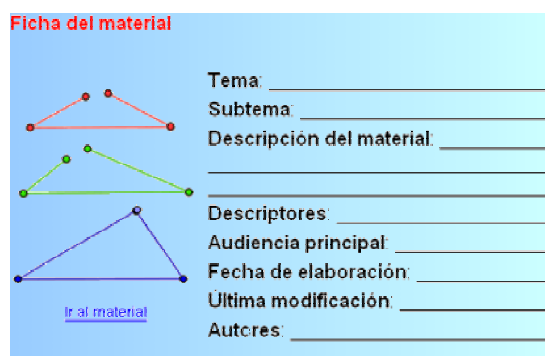
Uno de los hallazgos importantes se refiere a las potencialidades del software del tipo de geometría dinámica en el aprendizaje de la geometría. De hecho, las actividades que propician el aprendizaje en los objetos diseñados, están basados en este concepto. Se utilizó el software *GeoGebra* para construir actividades en las que el estudiante puede manipular figuras y observar características y propiedades de ellas. Varias de las figuras que aparecen arriba muestran la forma en que se utilizó la geometría dinámica.

## 5.7. Esquema del sitio

Tomando en consideración los diversos elementos, tal como se ilustró previamente, se diseñó un sitio Web que consta de cinco áreas principales: la página de inicio, un repositorio de objetos de aprendizaje, un repositorio de recursos para el profesor, un repositorio de recursos para el estudiante (listas de ejercicios, temas adicionales, etc.) y una página con enlaces a otras páginas y sitios Web con contenido geométrico y didáctico de Geometría.

## 5.8. Estructura de los objetos de aprendizaje

Cada objeto de aprendizaje tiene una ficha de identificación, cuyo modelo básico se muestra en la siguiente figura.



Ficha del material

[Ir al material](#)

Tema: \_\_\_\_\_  
Subtema: \_\_\_\_\_  
Descripción del material: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
Descriptores: \_\_\_\_\_  
Audiencia principal: \_\_\_\_\_  
Fecha de elaboración: \_\_\_\_\_  
Última modificación: \_\_\_\_\_  
Autores: \_\_\_\_\_

Figura 5: Modelo de ficha para los objetos de aprendizaje

El material que constituye cada objeto de aprendizaje consta de una situación problema o actividad, la cual introduce el tema, el desarrollo del mismo y una serie de actividades de evaluación. La figura 6 proporciona un esquema.

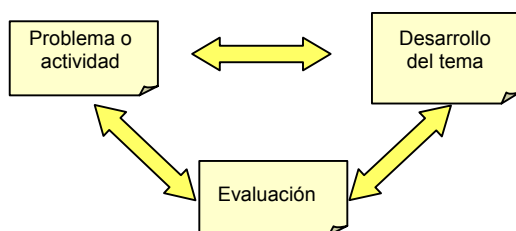


Figura 7. Esquema de desarrollo de cada objeto de aprendizaje

## 5.9. Contenidos de aprendizaje abordados en *WebGeométrica*

El propósito del sitio Web desarrollado es proporcionar una herramienta que apoye el proceso de aprendizaje de la geometría en los niveles de séptimo y octavo año de la enseñanza media costarricense. De acuerdo con esto, la temática abordada se basa en el programa de estudios vigente para las instituciones educativas de enseñanza media (MEP, 2005), según sus objetivos y contenidos.

De esta manera, se desarrollaron doce objetos de aprendizaje que se dividen en cuatro temas: conceptos básicos, triángulos, cuadriláteros y simetría.

El tema de conceptos básicos se desarrolla mediante los subtemas: clasificación de ángulos, ángulos entre paralelas, teorema de Thales y congruencia. El tema de triángulos contiene los subtemas: clasificación de los triángulos, desigualdad triangular, teorema de la paralela media, suma de los ángulos internos, rectas y segmentos notables en el triángulo. El tema de cuadriláteros contiene los subtemas: conceptos básicos sobre cuadriláteros, ángulos internos de un cuadrilátero. Finalmente, el tema de simetría se desarrolla mediante un único objeto de aprendizaje.

## 5.10. Pilotajes

Como parte del proceso de validación del sitio construido, se efectuaron tres pruebas piloto: una de estudiantes, otra de expertos y una no dirigida. Esto se realizó para obtener una evaluación del sitio y corregir alguna deficiencia grave que se detectara.

Para esto se construyeron dos instrumentos de valoración, los cuales fueron aplicados a grupos de estudiantes; a expertos en las áreas de pedagogía, matemática y tecnología y, por último, se sometió el sitio a la revisión por parte de un grupo de profesores de matemática. En este apartado se exponen los resultados de los pilotajes.

### 5.10.1. Pilotaje con estudiantes

#### Descripción del prototipo

En primer lugar se elaboró un prototipo de uno de los objetos de aprendizaje que constituyen el sitio web desarrollado. Este objeto de aprendizaje desarrolla el tema “Desigualdad triangular”. Consiste de una presentación que contiene una animación en flash, según se observa en la siguiente figura.

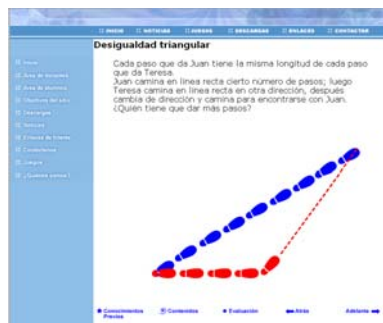
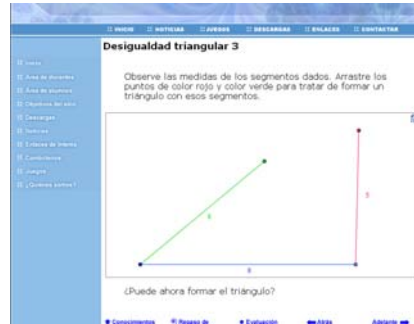


Figura 8: Presentación desigualdad triangular

El tema se desarrolla mediante una actividad que consiste en cuatro *applets* generados utilizando el software *GeoGebra*; que pretenden que el usuario construya el concepto en estudio; la siguiente figura presenta uno de estos *applets*.



**Figura 9: Una de las actividades sobre desigualdad triangular**

El objeto de aprendizaje tiene una sección donde se indica al usuario qué conceptos debe conocer para una mejor comprensión del material. Tiene, también, una sección de evaluación que consiste en dos partes: una evaluación en línea y un listado de ejercicios que se pueden imprimir y resolver en cualquier momento. La evaluación en línea contiene, para este tema en particular, tres ejercicios cuyos datos son generados aleatoriamente. El usuario escribe sus respuestas y las envía; inmediatamente se le da una respuesta en la que se le dice si son correctas o si hay errores en una o más de ellas. El formulario de evaluación se ilustra en la siguiente figura.



**Figura 10: Formulario de evaluación en línea**

Adicionalmente se agrega una pequeña lista de ejercicios, relacionados con el tema, que puede ser impresa y resuelta por parte del usuario en cualquier momento. La lista de ejercicios correspondiente se muestra en la siguiente figura.



1. Escriba tres números que correspondan a las medidas de los lados de un triángulo.
2. Ana dibuja todos los triángulos cuyos lados tienen longitudes que son números enteros positivos y cuyo perímetro es igual a 9. Sofía dibuja todos los triángulos cuyos lados tienen longitudes que son números enteros positivos y cuyo perímetro es igual a 10. ¿Quién dibuja más triángulos, Ana o Sofía?  
**Nota:** Recuerde que el perímetro de un triángulo es igual a la suma de los lados del triángulo.
3. En una caja hay dos varillas de color rojo, dos de color verde y dos de color azul. Una de las varillas rojas mide 4 cm y la otra mide 5cm; una varilla verde mide 3 cm y la otra mide 6 cm; una de las varillas azules mide 2 cm y la otra mide 7 cm. Ernesto forma triángulos con esas varillas, en cada triángulo utiliza una varilla de cada color. ¿Cuántos triángulos diferentes puede formar Ernesto?
4. La casa de Elena queda a 300 metros, en línea recta, del Colegio y a 500 metros en línea recta del parque. ¿entre qué valores puede variar la distancia del Colegio al parque?

**Figura 11: Lista de ejercicios sobre desigualdad triangular**

### **5.10.2. Evaluación del prototipo**

Dado que la principal parte del sitio *WebGeométrica*, consiste en una serie de objetos de aprendizaje relacionados con los temas de geometría de los programas de séptimo y octavo año de la educación media costarricense, se procedió a realizar una evaluación del prototipo descrito anteriormente. Esta evaluación tuvo como objetivo determinar qué características del material podrían ser mejoradas o, si del todo, debía ser cambiado.

El día 10 de octubre de 2007 se realizó una evaluación de dicho prototipo. Se hizo mediante una sesión iniciada a las 12:10 con un grupo de 14 estudiantes de la sección 7-6 del Liceo de Carrizal en Carrizal de Alajuela; se llevó a cabo en el laboratorio de cómputo de dicha institución.

### **5.10.3. Pilotaje con expertos**

En este apartado se exponen los principales resultados obtenidos mediante el instrumento aplicado a expertos en las áreas de Geometría, Tecnología, Pedagogía y Enseñanza de la Matemática.

Este instrumento se aplicó vía correo electrónico. El período de aplicación fue del lunes 19 de noviembre del 2007 al sábado 24 de noviembre 2007.

### **5.10.4. Pilotaje no dirigido**

Gentilmente, la Dra. Ángela Rosa Hernández, presentó una primera versión del sitio *WebGeométrica* completo, puesto en la Web, a un grupo de profesores de matemáticas quienes hicieron valiosas observaciones acerca de diversos aspectos.

## **6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Como producto del proceso de análisis y reflexión, suscitado a partir de la elaboración del marco teórico y del análisis de la información recolectada, que se expuso en el marco metodológico, se obtuvo una serie de conclusiones de suma importancia en el contexto de este proyecto. Seguidamente, se exponen tales conclusiones, con base en las cuales, se propone una lista de recomendaciones, que persiguen favorecer el uso de herramientas digitales como un instrumento útil en el mejoramiento del aprendizaje de la Geometría.

### **6.1 CONCLUSIONES**

#### **6.1.1. Relacionadas con las teorías de aprendizaje**

1. De acuerdo con las últimas teorías de aprendizaje, se debe privilegiar la construcción del conocimiento y el aprendizaje significativo por parte del estudiante.
2. Nuestro sistema educativo tiene un enfoque, predominantemente conductista, con énfasis en el proceso de enseñanza más que en el proceso de aprendizaje.
3. La enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, y de la Geometría, en particular, es, en nuestro sistema, predominantemente de tipo memorístico, procedimental y algorítmico.
4. Debe considerarse, en el proceso educativo, los diferentes estilos de aprendizaje de los estudiantes.
5. Es importante reforzar el valor de la comprensión de la inteligencia espacial para potenciar el aprendizaje significativo de los conceptos geométricos, en la educación media.
6. La resolución de problemas se ha convertido en una estrategia didáctica privilegiada en el aprendizaje de las Matemáticas.

#### **6.1.2. Relacionadas con el uso de la tecnología**

7. El uso de herramientas tecnológicas y de ambientes lúdicos puede coadyuvar en el proceso motivador de los estudiantes en el aprendizaje de la Geometría.
8. Un ambiente digital en el proceso educativo tiene algunas características que son, especialmente útiles, para incrementar el aprendizaje: dinamismo, interactividad, integración de diferentes representaciones simbólicas, entre otras.

9. Actualmente, el medio privilegiado para ofrecer ambientes digitalizados es Internet, dadas las amplias posibilidades que ofrece.
10. Una de las formas más útiles para ofrecer la mediación pedagógica mediante Internet es el uso de objetos de aprendizaje; lo cual se sustenta en características tales como: flexibilidad, facilidad de administración de los contenidos, adaptabilidad, posibilidades de reutilización, interoperabilidad, portabilidad, durabilidad.

### **6.1.3. Relacionadas con la enseñanza de la Matemática y de la Geometría**

11. La visión que se tenga sobre la naturaleza de las Matemáticas influye, de manera extraordinaria, en la forma como se aborde su enseñanza y su aprendizaje.
12. Las tendencias actuales en educación matemática, consideran como fundamentales los siguientes criterios en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta disciplina: apoyo continuo en la intuición; los procesos de pensamiento matemático deben ser centrales; debe considerarse el impacto de las tecnologías digitales; se debe tener conciencia de la importancia de la motivación. Es importante que el estudiante construya su propio conocimiento, como también debe utilizarse la historia de la matemática en el proceso.
13. De acuerdo con el modelo de Van Hiele, en la enseñanza aprendizaje de la Geometría, debe tomarse en cuenta que el pensamiento geométrico evoluciona siguiendo cinco etapas: reconocimiento y visualización, análisis, ordenamiento, deducción, rigor.
14. Un *software* de geometría dinámica aporta algunas características beneficiosas para el aprendizaje de los conceptos geométricos: precisión en las construcciones, visualización de propiedades, posibilidades de explorar y descubrir, simulación de situaciones, ambientes para explorar nuevas geometrías, entre otros.
15. Un alto porcentaje de los profesores de Matemáticas en servicio, en la Enseñanza Media costarricense, posee al menos el título de profesor.
16. De acuerdo con los programas de estudio de las carreras de Enseñanza de la Matemática que imparten las universidades costarricense, la formación de los profesores de Matemáticas contempla conocimientos adecuados sobre Geometría; pero, en general, es deficitaria en el conocimiento de las tecnologías digitales como herramienta didáctica.

17. Los currículos de Enseñanza de las Matemática en nuestro país, en general, no satisfacen, a cabalidad, los requerimientos que se consideran centrales para que sus graduados puedan asumir, en su labor docente, un papel acorde con lo que actualmente se considera importante en la enseñanza aprendizaje de la Geometría.
18. De acuerdo con la teoría sobre los estadios del desarrollo de Piaget, y siguiendo algunas de las objeciones que se hacen a ella, se puede considerar que los estudiantes de sétimo y octavo año de la Enseñanza Media, tienen la capacidad para el razonamiento lógico abstracto que requiere el aprendizaje de la Geometría a este nivel. Sin embargo, también se espera que no siempre hacen uso de esa capacidad; esto implica que en muchas ocasiones funcionarán en el nivel de las operaciones concretas.

#### **6.1.4. Relacionadas con los hallazgos del trabajo de campo**

19. Las creencias de los estudiantes acerca de las Matemáticas y su aprendizaje juegan un importante papel en el proceso educativo.
20. Los profesores de Matemáticas de Enseñanza Media tienen un conocimiento aceptable sobre algunos paquetes computacionales de tipo general, pero reconocen un escaso conocimiento de *software* matemático.
21. Los profesores de Matemáticas de enseñanza media muestran un alto grado de interés por capacitarse en el uso de las tecnologías digitales, como herramienta útil en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría.
22. Los estudiantes de sétimo y octavo año se sienten, en general, poco atraídos por las Matemáticas; y, por otra parte, el tema de Matemáticas que les atrae algo más es la Geometría, aunque muchos la consideran difícil.
23. Los estudiantes de sétimo y octavo año utilizan la computadora con bastante frecuencia, especialmente para hacer tareas y navegar en Internet.
24. Las actividades que más realizan los estudiantes mediante Internet son leer y enviar correos electrónicos, hacer tareas y chatear.
25. Los estudiantes de sétimo y octavo año piensan que podrían aprender Matemáticas a través de Internet.
26. Los estudiantes perciben que sus profesores de Matemática no utilizan la computadora como herramienta pedagógica y, mayoritariamente, dicen que les gustaría que la computadora se utilizara en las lecciones.



27. Los estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNA poseen buenos conocimientos de Geometría y conocimientos, apenas regulares, sobre tecnologías digitales para la enseñanza de este tema.
28. Los estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNA están concientes de que las herramientas tecnológicas pueden ser utilizadas de diversas maneras, en el proceso educativo y estarían dispuestos a capacitarse en ese sentido.

#### **6.1.5. Relacionadas con los pilotajes y con el desarrollo del sitio**

29. De acuerdo con los resultados obtenidos en la prueba piloto con estudiantes de séptimo año, estos se sienten atraídos por el material y dicen comprender las actividades que se presentan.
30. Se logró determinar por medio del criterio de los expertos que el sitio creado puede tener un buen impacto sobre el aprendizaje de los estudiantes.
31. Se concluye que es posible utilizar este sitio, como herramienta de apoyo, como para estimular el auto aprendizaje. No se pretende que sea sustituto del docente
32. Como herramienta de apoyo, este sitio contiene actividades para el aprendizaje de la geometría, pero es necesario que el docente juegue un papel de guía y estimule la criticidad y aplicación a otros aspectos del entorno del estudiante.
33. Este material ofrece una alternativa para el abordaje en el aula de los temas desarrollados.
34. Durante el proceso de diseño y desarrollo del sitio se encontró software gratuito que puede servir como una herramienta útil para profesores y estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje de la geometría.

#### **6.2 RECOMENDACIONES**

1. Las universidades deberían revisar sus currículos de Enseñanza de las Matemáticas con el propósito de:
  - a. Implementar una mejor integración de los conocimientos matemáticos y el uso de las tecnologías en el proceso de enseñanza aprendizaje.
  - b. Adaptarlos a los nuevos requerimientos, a nivel internacional, en cuanto a la enseñanza aprendizaje de esta disciplina.
2. El MEP debería revisar los planes de estudio de las Matemáticas, de tal forma que se privilegie el uso de situaciones problema, se de más énfasis al aprendizaje de

la Geometría y se propicie el uso de herramientas tecnológicas en el proceso educativo.

3. El MEP y las universidades deberían coordinar esfuerzos que permitan la capacitación, de los profesores de Matemática en servicio, en los temas de Geometría y en el uso de las tecnologías digitales como herramienta pedagógica.
4. Deberá fomentarse el desarrollo de materiales educativos computarizados que sirvan como apoyo a los estudiantes en su aprendizaje y como auxiliar a los profesores en el proceso educativo.
5. Deberá fomentarse el uso de Internet como un medio idóneo para el aprendizaje interactivo.
6. Se recomienda, realizar una investigación sobre el nivel significativo de aprendizaje que los estudiantes obtienen al interactuar con los materiales que presenta el sitio *WebGeométrica*.
7. A la MATIE, se recomienda estimular el uso de software gratuito para el desarrollo de los proyectos y en los otros cursos del plan de estudios.
8. A la UNA, se recomienda promover espacios donde se divulguen los resultados sobre investigaciones y proyectos de este tipo.
9. Se recomienda al docente revisar y adecuar el material que ofrece el sitio *WebGeométrica*, para adaptarlo a los recursos disponibles, a sus necesidades y a las de sus estudiantes.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez F. Muñoz J. Romo M. (2005) Proyecto para la Administración de Objetos de Aprendizaje, Simposio Iberoamericano de Educación, Cibernética e Informática, SIECI 2005, Orlando, USA

Area, M. (2003). *De los Webs Educativos al Material didáctico Web*. Extraído el 19 de mayo del 2007 desde <http://dewey.uab.es/pmarques/EVTE/> webseducativos.pdf

Ausubel, D. (1978). *Educational Psychology: A cognitive view*. New York: Holt, Rinehart y Winston.

Bentolila, S. & Clavijo, P. (2001) La computadora como mediador simbólico de aprendizajes escolares. Análisis y reflexiones desde una lectura vigotskiana del problema. Revista *virtual Fundamento en Humanidades*, universidad Nacional de

San Luis. Argentina. Extraído el 2 de febrero, 2005, desde <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/184/18400304.pdf>

Braga, G. M. (1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría, el modelo de enseñanza - aprendizaje de van Hiele. *Signos, Teorías y Prácticas de la educación*, 4, 52 - 57.

Bruner, J. S. (1969). *Una nueva teoría del aprendizaje*. México: Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana.

Casau, P. (s. f.). Estilos de aprendizaje: Generalidades. Extraído el 4 de junio de 2007 desde [http://pcazau.galeon.com/guia\\_esti\\_01.htm](http://pcazau.galeon.com/guia_esti_01.htm)

Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-Matemáticas, UCR (2007). Creencias sobre lo que significa saber matemáticas en estudiantes de la enseñanza media costarricense. Documento no publicado. Chaves, E. (2004a). Semejanzas y diferencias por región: el caso de la educación matemática. *Uniciencia*, 20 (1), 59 – 73.

Crahay, M. (2002). *Psicología de la educación*. Santiago, Chile: Editorial Andrés Bello.

Cubero, M. y Rojas, M. (2004). *Propuesta para abordar el tema de geometría en la enseñanza de la matemática, en el nivel de séptimo año de la educación general básica costarricense, mediante un sistema interactivo de páginas Web*. Tesis de licenciatura para optar al título de Licenciado en Enseñanza de la Matemática, Universidad de Costa Rica, Costa Rica.

De Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. Extraído el 3 de mayo de 2007 desde <http://www.oei.es/oeivirt/edumat.htm>

Duarte, J. (2003). Ambientes de aprendizaje: una aproximación conceptual. Extraído el 12 de junio de 2007 desde [http://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-07052003000100007&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-07052003000100007&script=sci_arttext)

Ernest, P. (1988). *The impact of beliefs on the teaching of mathematics*. VI Congreso Internacional de Educación Matemática, Budapest. Extraído el 5 de abril de 2007 desde <http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/impact.htm>

Galvis, A. (1992). *Ingeniería de Software Educativo*. Ediciones Unidas, Universidad de los Andes. Santa Fe. Colombia.

- Hershkowitz, R., Dreyfus, T., Ben-Zvi, D. y Friedlander, A. (2002). Mathematics curriculum development for computerized environments: a designer – researcher – teacher – learner activity. En L. English (Ed.), *Handbook of international research in Mathematics Education* (pp. 657-694). Londres: Lawrence Erlbaum Associates.
- López, C (s.f). Los repositorios de objetos de aprendizaje como soporte para los entornos de e-learning. Extraído el 18 de mayo del 2007 desde
- Mancera, E. y Escareño, F (2003). Problemas, maestros y resolución de problemas. *Educación Matemática* 5 (3), 78 – 92.
- Ministerio de Educación Pública (2005a). *Programas de Estudio, Matemática, III Ciclo*. San José: Autor.
- Ministerio de Educación Pública (2005b). *Programas de Estudio, Matemática, Educación diversificada*. San José: Autor.
- Santos, L. (2003). La resolución de problemas: Elementos para una propuesta en el aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación* (25).
- Urbina, S. (1999). Informática y teorías de aprendizaje. *Pixel-bit* 12 (29), 97 – 113. Versión en línea disponible en <http://www.sav.us.es/pixelbit/articulos/n12/n12art/art128.htm>